UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE III

L3flex mention PC
Année 2022/2023

CC3 – épreuve récapitulative de mécanique quantique KPCAIQ11

Vendredi 28 octobre 2022

DURÉE: 1H30; -TOUT DOCUMENT ET OBJET CONNECTÉ INTERDIT-

Questions de cours

1. Donner l'expression des inégalités d'Heisenberg ; expliquer leur signification ainsi que leur origine.
2. Indiquer la différence entre états liés et états diffusifs (libres) et l'illustrer par un exemple.
3. On rappelle l'expression du Hamiltonien de l'oscillateur harmonique en unités réduites $\widehat{H} = \frac{1}{2}\left(\widehat{X}^2 + \widehat{P}^2\right)$, avec $\widehat{X}$ et $\widehat{P}$ respectivement opérateurs position et quantité de mouvement adimensionnés. Donner la définition des opérateurs $\hat{a}$ et $\hat{a}^+$ en fonction de $\widehat{X}$ et $\widehat{P}$, et en déduire le commutateur $[\hat{a}, \hat{a}^+]$. Réécrire enfin le Hamiltonien $\widehat{H}$ en fonction de $\hat{a}$ et $\hat{a}^+$.
4. Rappeler la valeur du commutateur $[L^2, L_z]$, avec respectivement L^2 observable 'module au carré du moment cinétique orbital' et L_z observable 'projection selon l'axe Oz de ce même moment'. Donner les valeurs propres de ces observables en fonction des nombres quantiques l et m.

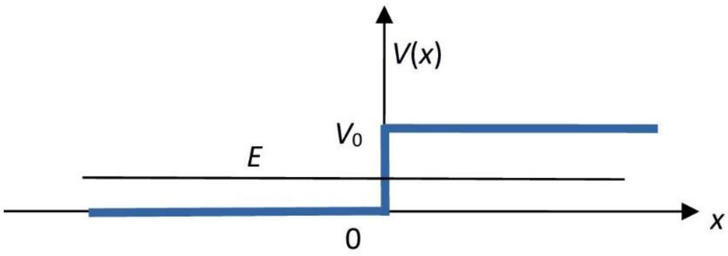
Exercice 1 : états stationnaires de l'oscillateur harmonique

On rappelle que le Hamiltonien associé à un oscillateur harmonique d'axe (Ox), de masse m et de pulsation propre ω est donné par : $H = \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$.

1. On considère la fonction d'onde $\phi_0(x) = \left(\frac{1}{\pi b^2}\right)^{1/4} exp\left(\frac{-x^2}{2b^2}\right)$. On admettra, sans le démontrer, que la fonction d'onde $\phi_0(x)$ est normée. Vérifier que cette fonction d'onde est solution de l'équation de Schrödinger pour les états stationnaires, à condition que la constante b ait une valeur que l'on déterminera en fonction de m, ω et $\hbar$.
2. Quelle est, en fonction de ω et $\hbar$, l'énergie E_0 de cet état stationnaire ?
3. Quelle est la dimension de la constante b (justifiez votre réponse) ?
4. On considère la fonction d'onde $\phi_1(x) = \left(\frac{4}{\pi b^6}\right)^{1/4} x exp\left(\frac{-x^2}{2b^2}\right)$. On admettra, à nouveau sans le démontrer, que cette fonction d'onde est normée. Vérifier qu'elle est solution de l'équation de Schrödinger pour les états stationnaires si la constante b a la même valeur que celle déterminée à la question 1.
5. Déduire l'énergie E_1 de cet état en fonction de ω et $\hbar$.

Exercice 2 : barrière de potentiel

Un électron incident d'une région située en $-\infty$ rencontre en $x = 0$ une barrière de potentiel de hauteur V_0. Son énergie E est inférieure à V_0.



1. Indiquer le comportement classique de l'électron vis à vis de la barrière de potentiel.
2. Ecrire l'équation de Schrödinger à laquelle satisfait un état stationnaire.
3. L'expliciter dans les régions $x < 0$ et $x > 0$.
4. Quelles sont les solutions mathématiques de ces équations ? Quelles sont les solutions physiquement acceptables ? Justifier.
5. A quelles conditions de continuités doivent satisfaire la fonction d'onde et sa dérivée.
6. Déterminer les relations entre les amplitudes des ondes incidente, réfléchie et transmise.
7. Définir et calculer le coefficient de réflexion en amplitude.
8. En déduire le coefficient de réflexion en intensité, conclusion.